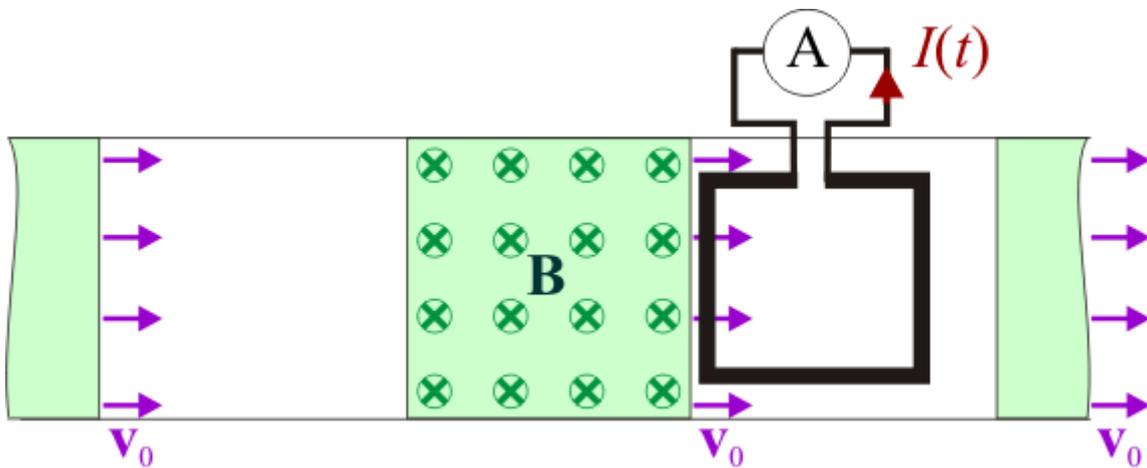


# 1 Enunciado

Para implementar un lector de cinta magnética se utiliza una espira cuadrada conductora. Ésta se halla conectada a un amperímetro que mide la intensidad inducida cuando bajo ella pasa una cinta en la cuál hay una secuencia de regiones magnetizadas y no magnetizadas. Aquéllas producen un campo magnético  $\mathbf{B}$ , que puede considerarse localizado en dichas regiones y prácticamente uniforme en las proximidades de la cinta, siendo su dirección perpendicular al plano de la espira lectora. El amperímetro está conectado de manera que mide valores positivos de intensidad cuando la corriente inducida recorre la espira lectora en sentido antihorario, teniendo ésta un tamaño algo menor que las secciones magnetizadas. Si la cinta se desplaza con velocidad constante  $v_0$  respecto de la espira lectora fija, cómo es la corriente inducida en la espira cuando bajo ella pasa una sección magnetizada en sentido negativo (ver figura).



# 2 Solución

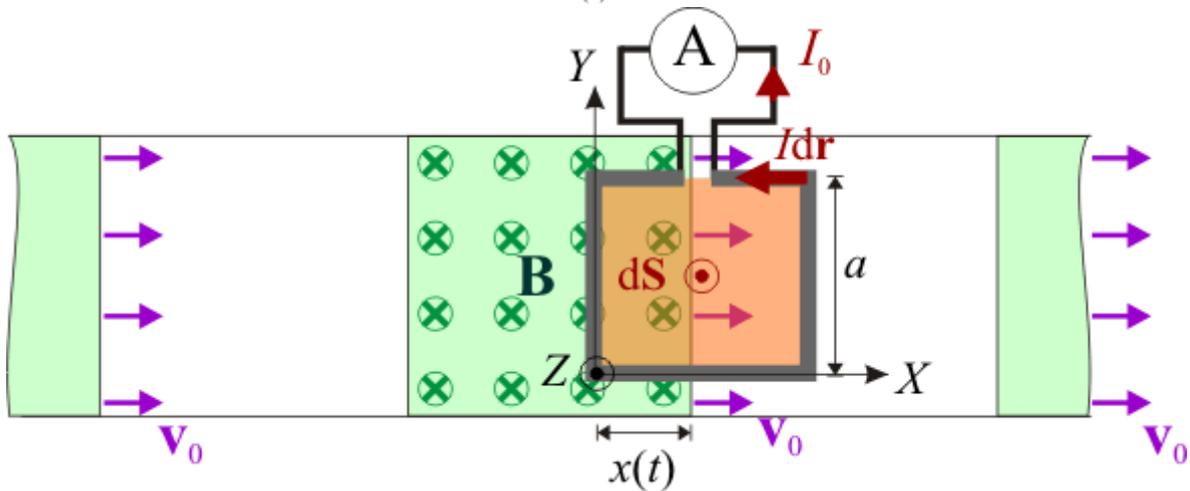
Adoptamos un sistema de referencia  $OXYZ$  solidario con la espira lectora fija, de manera que ésta se halla en el plano  $OXY$ . En consecuencia, el campo magnético  $\mathbf{B}$  de la sección magnetizada que pasa bajo la espira tendrá la dirección del eje  $OZ$  y sentido negativo. Por otra parte, para medir el flujo de este campo magnético a través de la sección  $\sigma$  de la espira, tomamos la superficie cuadrada de lado  $a$  que se apoya en ella. Los vectores elementos de superficie  $d\mathbf{S}$  en la sección de la espira son paralelos al vector unitario  $\mathbf{k}$ . En cuanto a su dirección, ésta queda determinada por el sentido adjudicado a la medida de la corriente en la espira lectora. Y como se han de medir como positivas las corrientes eléctricas que recorren aquélla en sentido antihorario, el flujo magnético a través de la espira habrá de medirse tomando los  $d\mathbf{S}$  con sentido positivo. Así, en todo momento se tendrá:

$$\mathbf{B} = -B \mathbf{k}; \quad d\mathbf{S} = dS \mathbf{k}$$

Cuando la sección magnetizada empieza a pasar por debajo de la espira, el flujo

campo magnético a través de ésta será igual al producto de la componente del campo por el área parcial  $S(t) = a x(t)$  de la sección magnetizada que hay bajo la espira en el instante arbitrario  $t$ :

$$\Phi_m]_{\Sigma} = \int_{\Sigma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -B \int_{S(t)} dS = -B a x(t) = \Phi_m(t)]_{\Sigma}$$



Por tanto, desde el instante inicial hasta el momento  $t_0 = a / v_0$  en que el campo de la sección magnetizada fluye por completo a través de  $\Sigma$ , se induce en ésta una fuerza electromotriz opuesta a la variación del flujo, que será igual al producto de la intensidad de corriente inducida por la resistencia eléctrica de la espira. Y como la cinta se mueve bajo el lector con velocidad constante de módulo  $v_0$ , ésta será la derivada con respecto al tiempo de la anchura " $x(t)$ " de la franja de sección magnetizada bajo la espira:

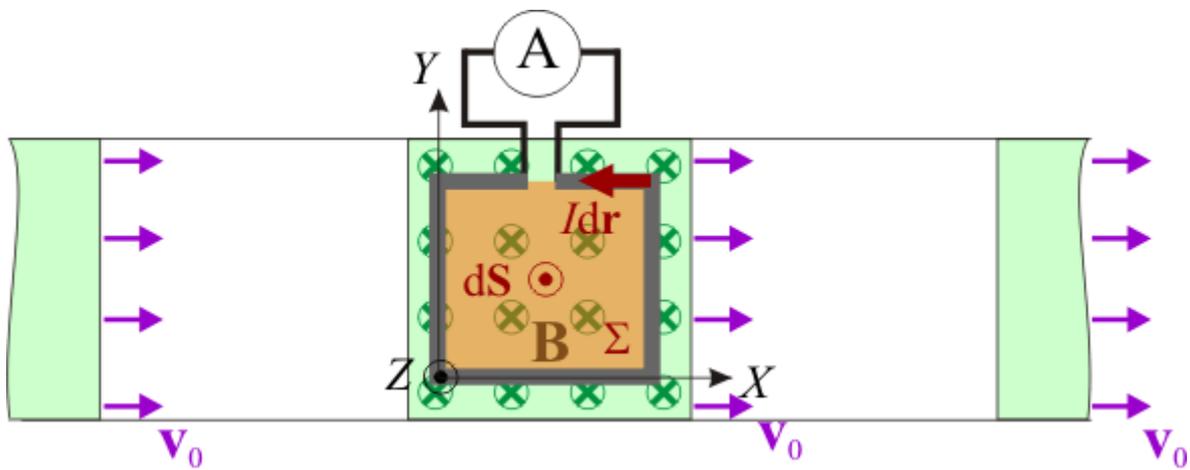
$$R I(t) = \mathcal{E}_{\text{ind}} = - \left. \frac{d\Phi_m}{dt} \right]_{\Sigma} = a B \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$I(t) = \frac{a B v_0}{R} = I_0; \text{ cte. } (0 < t < t_0)$$

Es decir, durante dicho intervalo de tiempo, se induce en la espira una corriente eléctrica constante que la recorre en sentido positivo.

Como la anchura de la sección magnetizada es algo mayor que la del lector, hay un intervalo de tiempo a partir del instante  $t_0$ , en que el flujo magnético es constante:

$$\Phi_m]_{\Sigma} = \int_{\Sigma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -B a^2 \Rightarrow I(t) = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi_m}{dt} = 0; (t_0 < t < t_1)$$



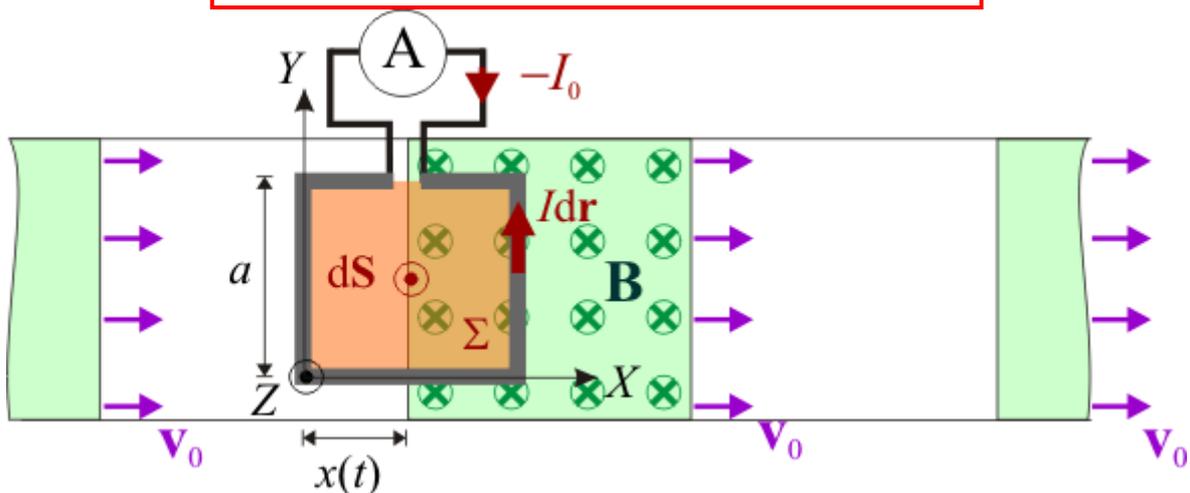
A partir del instante  $t_1$ , la sección magnetizada comienza a salir de debajo del lector. Hasta que termina el proceso en un instante  $t_2$  el campo magnético fluye a través de una franja de largo  $a$  y ancho  $a - x(t)$ . Se tendrá entonces...

$$\Phi_{m|\Sigma}(t) = \int_{\Sigma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -B \int_{S(t)} dS = -B a [a - x(t)]$$

En este caso, la corriente eléctrica inducida vuelve a ser constante, con el mismo valor que en el primer intervalo de tiempo, pero recorriendo la espira lectora en sentido horario:

$$RI(t) = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi_m}{dt} \Big|_{\Sigma} = -\frac{aB}{R} \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$I(t) = -\frac{aBv_0}{R} = -I_0; \text{ cte. } (t_1 < t < t_2)$$



A partir del instante  $t_2$ , bajo el lector habrá una región no magnetizada por el campo y flujo magnético serán nulos. En consecuencia, tampoco habrá corriente inducida en la espira.

